
Đề tài: Một kết quả về bất đẳng thức xoay vòng

Người thực hiện: Nguyễn Văn Cường

Cán bộ hướng dẫn: TS. Nguyễn Vũ Lương

Cán bộ phản biện: TS. Nguyễn Thành Văn

Sư phạm Toán 48 - Khoa sư Phạm - ĐH Quốc Gia Hà Nội

Ngày 2 tháng 6 năm 2007



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

Tổng quan chung

Lý do chọn đề tài

Mục đích đề tài

Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Bài toán tổng quát

Biểu thức tương đương của P

Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

Ứng dụng của đề tài khóa luận

Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!



Tổng quan chung

- ❖ Lý do chọn đề tài
- ❖ Mục đích đề tài
- ❖ Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

Tổng quan chung

Lý do chọn đề tài



Tổng quan chung

❖ Lý do chọn đề tài

❖ Mục đích đề tài

❖ Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

1. Yêu thích bất đẳng thức.
2. Bất đẳng thức xoay vòng là một trong những nội dung hay và khó đòi hỏi sự tìm tòi sáng tạo.
3. Việc xây dựng, chứng minh một bài toán bất đẳng thức phân thức đòi hỏi nhiều kỹ năng của người làm toán.

Mục đích đề tài



Tổng quan chung

❖ Lý do chọn đề tài

❖ Mục đích đề tài

❖ Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

1. Xây dựng và tổng quát một dạng bài bất đẳng thức xoay vòng phân thức.
2. Đưa ra được một phương pháp phân tích \Rightarrow xây dựng các bài toán bất đẳng thức phân thức khác.
3. Dùng để xây dựng các bài toán cho học sinh khá, giỏi ... dùng cho các đề thi học sinh giỏi.

Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng



Tổng quan chung

❖ Lý do chọn đề tài

❖ Mục đích đề tài

❖ Tổng quan bất đẳng thức xoay vòng

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

1. Bất đẳng thức Schurs.
2. Bất đẳng thức xoay vòng khác trong tam giác.
3. Sử dụng bất đẳng thức Cauchy chứng minh một số dạng bất đẳng thức xoay vòng.
4. Bất đẳng thức xoay vòng phân thức.



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

- ❖ Bài toán tổng quát
- ❖ Biểu thức tương đương của P
- ❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$
- ❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$
- ❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.
- ❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận
- ❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

Bài toán tổng quát

Cho n số không âm a_i ($i = \overline{1, n}$) ($n \geq 3$); số thực $\alpha > 2$ và r_{ij} ($i, j = \overline{1, n}$) thỏa mãn $r_{ij} + r_{ji} = \alpha$ thì

$$P = \frac{a_1}{a_1 + \alpha a_2 + \sum_{i=3}^{n-1} r_{1i} a_i} + \frac{a_2}{a_2 + \alpha a_3 + \sum_{i=4}^n r_{2i} a_i} + \dots + \frac{a_n}{a_n + \alpha a_1 + \sum_{i=2}^{n-2} r_{ni} a_i} \geq \frac{2n}{2 + (n-1)\alpha}$$



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

Biểu thức tương đương của P



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

$$P = \frac{a_1^2}{a_1^2 + \alpha a_1 a_2 + \sum_{i=3}^{n-1} r_{1i} a_1 a_i} + \frac{a_2^2}{a_2^2 + \alpha a_2 a_3 + \sum_{i=4}^n r_{2i} a_2 a_i} + \dots + \frac{a_n^2}{a_n^2 + \alpha a_n a_1 + \sum_{i=2}^{n-2} r_{ni} a_n a_i}$$

Từ biểu thức P ta lập ma trận $n(n-2)$ sau:

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 & a_1 a_3 & \cdots & a_1 a_{n-1} \\ a_2 a_3 & a_2 a_4 & \cdots & a_2 a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n a_1 & a_n a_2 & \cdots & a_n a_{n-2} \end{pmatrix}$$

Xét trường hợp chẵn $n = 2m$



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 & a_1 a_3 & \cdots & a_1 a_{m+1} & \cdots & a_1 a_{2m-1} \\ a_2 a_3 & a_2 a_4 & \cdots & a_2 a_{m+2} & \cdots & a_2 a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{2m} a_1 & a_{2m} a_2 & \cdots & a_{2m} a_m & \cdots & a_{2m} a_{2m-2} \end{pmatrix}$$

Nhận thấy rằng các phần tử:

Cột 1 xuất hiện duy nhất 1 lần trong chính cột 1

Cột 2 thì các phần tử xuất hiện 2 lần: một lần trong cột 2 và một lần trong cột $2m - 1$ hay là cột 2 và cột $2m - 1$ là giống nhau.

...

Cột i thì các phần tử xuất hiện 2 lần: một lần trong cột i và một lần trong cột $2m - i$ hay là cột i và cột $2m - i$ là giống nhau.

...

Duy nhất cột thứ m là các phần tử trong cột xuất hiện 2 lần trong chính cột m .

Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 & a_1 a_3 & \cdots & a_1 a_{m+1} & a_1 a_{m+2} & \cdots & a_1 a_{2m} \\ a_2 a_3 & a_2 a_4 & \cdots & a_2 a_{m+1} & a_2 a_{m+2} & \cdots & a_2 a_{2m+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{2m+1} a_1 & a_{2m+1} a_2 & \cdots & a_{2m+1} a_{m+1} & a_{2m+1} a_{m+2} & \cdots & a_{2m+1} a_{2m-1} \end{pmatrix}$$

Nhận thấy rằng các phần tử:

Cột 1 xuất hiện duy nhất 1 lần trong chính cột 1

Cột 2 thì các phần tử xuất hiện 2 lần: một lần trong cột 2 và một lần trong cột $2m - 2$ hay là cột 2 và cột $2m - 2$ là giống nhau.

...

Cột i thì các phần tử xuất hiện 2 lần: một lần trong cột i và một lần trong cột $2m - i + 1$ hay là cột i và cột $2m - i + 1$ là giống nhau.

...

Cột m thì các phần tử xuất hiện 2 lần: một lần trong cột m và một lần trong cột $m + 1$ hay là cột m và cột $m + 1$ là giống nhau.

Cách xây dựng một bài toán cụ thể?



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

Việc xây dựng bài toán cần sử dụng các đánh giá sau:

$$1. \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j \quad (1)$$

trong đó số các phần tử $a_i a_j$ là $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

$$2. \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j \leq \frac{n-1}{2n} \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 \quad (2)$$

3. Để thực hiện được phép nhóm theo (1) thì phải có mặt đầy đủ các phần tử $a_i a_j$ gồm $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ số hạng.

4. Dựa vào cách chứng minh bài toán thì sự xuất hiện của $a_i a_j$ phải có tỉ lệ bằng nhau để có thể đánh giá theo đánh giá (2).

5. Việc chọn giá trị hệ số r_{ij} sao cho bước 4 và 5 thỏa mãn.

Ứng dụng của đề tài khóa luận



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

1. Phương pháp phân tích xây dựng bất đẳng thức có thể được sử dụng để xây dựng các dạng bất đẳng thức khác.
2. Từ bài toán tổng quát xây dựng vô số các bài toán mà khi ta thay đổi các điều kiện đề bài sẽ được các bài toán ở các mức độ khó dễ khác nhau.

Kết luận



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng thức xoay vòng phân thức

❖ Bài toán tổng quát

❖ Biểu thức tương đương của P

❖ Xét trường hợp chẵn $n = 2m$

❖ Xét trường hợp lẻ $n = 2m + 1$

❖ Cách xây dựng một bài toán cụ thể.

❖ Ứng dụng của đề tài khóa luận

❖ Kết luận

Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng nghe!

1. Tóm lại qua khóa luận này em đã xây dựng được một dạng bài toán bất đẳng thức xoay vòng, giải quyết trọn vẹn bài toán tổng quát.
2. Đặt cơ sở cho việc xây dựng các bài toán cùng loại này (đối với trường hợp đơn giản và tổng quát).
3. Hướng phát triển tiếp: tìm cách nâng bậc của cả tử và mẫu số lên và tìm cách giải quyết bài toán tổng quát.



Tổng quan chung

Một dạng bất đẳng
thức xoay vòng phân
thức

Cảm ơn thầy cô và
các bạn đã chú ý
lắng nghe!

*Cảm ơn thầy cô và các bạn đã chú ý lắng
nghe!*