Giáo án (lớp 10)
PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Người soạn: **Huỳnh Anh Tuấn**

Lớp: `0011TT01, ĐHSP Đà Nẵng`

Ngày soạn: ngày 1 tháng 3 năm 2006

1 Mục đích - Yêu cầu

- Nhắc lại ngắn gọn về công thức tính nghiệm, minh họa bằng đồ thị (học sinh đã học ở lớp 9).
- Giới thiệu kỹ về định lý Viét và các ứng dụng, đặc biệt xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai và tính giá trị các biểu thức đối xứng của các nghiệm.
- Học sinh giải được 5 loại bài toán sau:
  a) Giải các phương trình bậc hai với hệ số bằng số nhằm luyện kỹ năng tính toán, áp dụng công thức.
  b) Các bài toán thực tế yêu cầu học sinh phải đặt ẩn số và lập ra phương trình bậc hai để giải bài toán.
  c) Các bài toán về tìm hai số biết tổng và tích của chúng.
  d) Giả và biện luận phương trình theo tham số.
  e) Các bài toán ứng dụng công thức Viét: xét dấu các nghiệm và tính giá trị của biểu thức đối xứng của các nghiệm.

2 Chuẩn bị

Giáo viên chuẩn bị

- phấn màu;
- biểu đồ minh họa một số phương trình bậc hai;
- biểu đồ minh họa các hình vẽ trong trang 101, sách giáo khoa.

3 Nội dung bài giảng

Nội dung	**Hoạt động của thầy**	**Hoạt động của trò**
	Hoạt động 1	
1. Giới thiệu	Chúng ta đã được học về phương trình bậc nhất và cách giải chúng. Em nào cho một số ví dụ về phương trình bậc nhất? Hôm nay, chúng ta sẽ làm quen với một dạng phương trình khác, đó là *phương trình bậc hai một ẩn.*	Gọi HS trả lời
	Hoạt động 2	
2. Định nghĩa	*Phương trình bậc hai một ẩn số* là phương trình dạng $$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$ trong đó, a, b, c là các số thực và x là *ẩn số.* *Ví dụ:* Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai theo định nghĩa trên? a) $3x^2 + 2x + 1 = 0$ b) $-\frac{1}{2}x^2 - 6x + 2 = 0$ c) $0x^2 - 4x = 2$ d) $x^2 = -3x + 2$ (*trả lời:* a, b, d đúng)	Gọi HS trả lời

Nội dung	Hoạt động của thầy	Hoạt động của trò
3. Công thức tính nghiệm	Bây giờ, ta dùng các phép biến đổi tương đương để đưa phương trình $ax^2+bx+c=0$ trở về dạng giải được nhằm *tìm ra công thức tính nghiệm*. $$\begin{aligned} & ax^2+bx+c=0 && (1)\\ \iff\ & x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \\ \iff\ & \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0 \\ \iff\ & \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} && (2)\end{aligned}$$ Đặt $\Delta=b^2-4ac$. Ta gọi Δ là *biệt thức* của phương trình (1). Nhận thấy vế phải của (1) không âm, nên ta có các trường hợp: + Nếu $\Delta<0$, thì phương trình (2) vô nghiệm. Suy ra phương trình (1) vô nghiệm. + Nếu $\Delta>0$, thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt: $$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};\qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad (3)$$ + Nếu $\Delta=0$, thì phương trình (1) có *nghiệm kép* hay hai nghiệm bằng nhau: $$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$$	
	Lưu ý: 1) *Câu hỏi:* Nếu ở phương trình (1), ta có a và c trái dấu, thì phương trình (1) có bao nhiêu nghiệm? *Trả lời:* Phương trình có hai nghiệm phân biệt, do $\Delta=b^2-4ac>0$ (vì $ac<0$). 2) *Câu hỏi:* Nếu ta có $b=2b'$ thì khi đó, biệt thức Δ và công thức nghiệm (3) sẽ trở thành như thế nào? *Trả lời:* Khi đó, đặt $\Delta'=(b')^2-ac$, thì $$x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a};\qquad x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$$	Gọi HS trả lời

Nội dung	**Hoạt động của thầy**	**Hoạt động của trò**
4. Ví dụ	Giải (biện luận) các phương trình sau đây a) $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số) Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1$. Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = m - 1; \qquad x_2 = m + 1$ b) $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ i. Nếu $m = 0$, thì phương trình đã cho trở thành phương trình bậc nhất $4x - 3 = 0$ và có nghiệm là $x = \frac{3}{4}$. ii. Nếu $m \neq 0$, ta có phương trình bậc hai, với $\Delta' = (m-2)^2 - m(m-3) = -m + 4$ • Nếu $-m + 4 < 0$ hay $m > 4$, thì $\Delta' < 0$ và phương trình vô nghiệm. • Nếu $-m + 4 = 0$ hay $m = 4$, thì $\Delta' = 0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{m-2}{m} = \frac{4-2}{2} = \frac{1}{2}$ • Nếu $-m + 4 > 0$ hay $m < 4$ (và $m \neq 0$), thì $\Delta' > 0$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{m - 2 - \sqrt{4-m}}{a}; \qquad x_2 = \frac{m - 2 + \sqrt{4-m}}{a}$	Gọi HS khá trả lời
5. Minh họa bằng đồ thị	Giải phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) là *tìm hoành độ giao điểm của parabol* $y = ax^2 + bx + c$ với trục hoành. Ba trường hợp của Δ được minh họa bằng đồ thị như sau: *(Giáo viên dùng biểu đồ minh họa* *và yêu cầu học sinh xem sách giáo khoa, trang 101)*	Xem biểu đồ

<table>
<tr><th>Nội dung</th><th>Hoạt động của thầy</th><th>Hoạt động của trò</th></tr>
<tr><td>6.
Định lý Vi-ét và các ứng dụng

(Mục 1, 2, 3, 4)</td><td>

Mục 1: (định lý Viét)

Từ công thức nghiệm (3), ta có nhận xét gì về tổng và tích hai nghiệm của phương trình?

Trả lời:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$
$$x_1 \times x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{c}{a}$$

Nếu đặt $S = x_1 + x_2$ và $P = x_1x_2$, thì ta có Định lý Viét:

Định lý Viét:
Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm là x_1, x_2, thì tổng và tích hai nghiệm đó là

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{2a}; \qquad P = x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

Ghi chú:

- Nếu như $a + b + c = 0$, thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu $a - b + c = 0$, thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm $x_1 = -1$ và $x_2 = -\frac{c}{a}$.

</td><td></td></tr>
</table>

Nội dung	**Hoạt động của thầy**	**Hoạt động của trò**
Mục 2	**Mục 2:** (tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng) Nếu hai số u và v có tổng $u+v=S$ và tích $uv=P$, thì u và v là hai nghiệm của phương trình $$x^2 - Sx + P = 0$$ *Chứng minh:* Nếu các số u và v tồn tại, thì chúng sẽ là nghiệm của phương trình $$\begin{aligned} & (x-u)(x-v) = 0 \\ \iff\; & x^2 - (u+v)x + uv = 0 \\ \iff\; & x^2 - Sx + P = 0 \end{aligned}$$ *Ví dụ:* Tìm hai cạnh của hình chữ nhật, biết chu vi là $22\,\mathrm{cm}$ và diện tích là $28\,\mathrm{cm}^2$. *Giải:* Gọi u và v là hai cạnh của hình chữ nhật. Ta có $S = u+v = 11$ và $P = uv = 28$. Từ đó, suy ra được hai cạnh là $4\,\mathrm{cm}$ và $7\,\mathrm{cm}$. *Chú ý:* Điều kiện để phương trình $x^2 - Sx + P = 0$ có nghiệm là $$\Delta = S^2 - 4P \geq 0 \iff S^2 \geq 4P$$ Đó cũng chính là điều kiện để tồn tại hai số u và v.	

<table>
<tr><th>Nội dung</th><th>Hoạt động của thầy</th><th>Hoạt động của trò</th></tr>
<tr><td>Mục 3</td><td>

Mục 3: (xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai)

Giả sử phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó, ta có kết luận gì về dấu của S và P khi dấu của x_1 và x_2 thay đổi?

- Nếu $P = x_1x_2 < 0$ thì x_1 và x_2 trái dấu.
- Nếu $P = x_1x_2 > 0$ thì x_1 và x_2 cùng dấu. Lúc đó, xét tổng $S = x_1 + x_2$. Nếu $S > 0$ thì cả hai nghiệm đều dương và ngược lại.

Ví dụ: Xác định m để phương trình

$$x^2 - 3x + m - 1 = 0$$

có hai nghiệm dương phân biệt.

Giải: Ta có

$$0 < x_1 < x_2 \iff \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 9 - 4(m-1) > 0 \\ m - 1 > 0 \\ 3 > 0 \end{cases}$$

Giải hệ bất phương trình bậc nhất theo m này, ta có

$$1 < m < \frac{13}{4}$$

</td><td>Gọi HS trả lời</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Nội dung</th><th>Hoạt động của thầy</th><th>Hoạt động của trò</th></tr>
<tr><td>Mục 4</td><td>

Mục 4: (tính giá trị các biểu thức đối xứng của các nghiệm)

Nhắc lại khái niệm đối xứng: *Biểu thức đối xứng của x_1 và x_2* là biểu thức không thay đổi khi ta đồng thời thay đổi x_1 thành x_2 và x_2 thành x_1.

Ta có thể biểu thị các biểu thức đối xứng của x_1 và x_2 theo S và P. Nhờ đó, ta không phải giải phương trình. *Chú ý* điều kiện tồn tại nghiệm.

Sau đây là một số ví dụ.

$$\begin{aligned} x_1^2+x_2^2 &= (x_1+x_2)^2-2x_1x_2 = S^2-2P = \frac{b^2}{a^2}-2\frac{c}{a} \\ x_1^3+x_2^3 &= (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2) \\ &= S^3-3PS = \frac{-b^3+3abc}{a^3} \\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} &= \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = -\frac{b}{c} \quad \text{(với điều kiện } c\neq 0) \end{aligned}$$

Ví dụ: Xác định m để phương trình

$$x^2-4x+m-1=0$$

có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa hệ thức $x_1^3+x_2^3=40$.

Giải: Điều kiện để phương trình có nghiệm

$$\Delta' = 5-m\geq 0 \Longleftrightarrow m\leq 5$$

Ta có

$$\begin{aligned} x_1^3+x_2^3 &= S^3-3SP = \frac{-b^3+3abc}{a^3} \\ &= 64-12(m-1) = 76-12m \\ x_1^3+x_2^3 &= 40 \Longleftrightarrow 76-12m=40 \Longleftrightarrow m=3 \end{aligned}$$

Giá trị của m thỏa mãn điều kiện $\Delta'\geq 0$.
Vậy $m=3$ là giá trị phải tìm.

</td><td>Gọi HS lên bảng</td></tr>
</table>

Nội dung	**Hoạt động của thầy**	**Hoạt động của trò**
	Hoạt động 3	
Bài tập	- Yêu cầu học sinh giải các bài tập trong SGK (trang 106). - Kết thúc bài học về phương trình bậc hai, giáo viên yêu cầu nhắc lại những phần đã học (định lý Viét, các ứng dụng, ...) - Bài tập về nhà.	