Généralités sur les fonctions

Les questions suivantes sont relatives à la figure 1 de la page 5. Les points de suspensions sont à compléter.

1) Donner un titre à ce graphique (à écrire sous la figure).

2) **a)** La courbe permet de lire .... en fonction de ....

b) On peut dire que la .... est fonction de .... car à chaque ....
il correspond **une et une seule** ....

c) On ne peut pas dire que l'heure est fonction de la température car ....
... .

Conclusion 1
- Lorsqu'une quantité y (ici la température) dépend d'une variable x (ici l'heure) on dit que y est fonction de x et l'on écrit $y = f(x)$.
- Pour que y soit fonction de x il faut qu'à un x corresponde un et un seul y (ici, à chaque heure il correspond une et une seule température).
- La courbe qui permet de lire y en fonction de x s'appelle la courbe représentative de la fonction.

Dans la suite nous appellerons f la fonction qui donne la température en fonction de l'heure.

3) **a)** La température à 0 heure est de ....
On dit que l'image de ...... par f est ...... et l'on note $f(\ldots) =$ ....

b) La température à 8 heures est de ....
On dit que l'image de ...... par f est ...... et l'on note $f(\ldots) =$ ....

c) La température à 10 heures est de ....
On dit que l'image de ...... par f est ...... et l'on note $f(\ldots..) =$ ....

4) **a)** L'heure x à laquelle la température est de 5° est $x =$ ....
On dit que $x =$ ...... est un antécédent de $y =$ ......

ou encore que :

$x =$ ...... est solution de l'équation $f(x) =$ ....

b) Les heures x auxquelles la température est de 2° sont $x =$ ...... ou $x =$ ....
On dit $x =$ ...... et $x =$ ...... sont **les** antécédents de $y =$ ......

ou encore que :

$x =$ ...... et $x =$ ...... sont **les** solutions de l'équation $f(x) =$ ....

c) Pour trouver les solutions de l'équation $f(x) = 2$ il suffit de tracer la droite (d) d'équation ....
et de relever les .... des points d'intersection de cette droite avec la courbe.

d) Les heures x auxquelles la température est de 0° sont $x = \ldots\ldots$ ou $x = \ldots\ldots$.

Les heures x auxquelles la température est de 0° sont les solutions de l'équation ....

Les heures x auxquelles la température est de 0° sont les .... des points d'intersection de l'axe des .... avec la courbe.

> **Conclusion 2**
> - Dire que a a pour **image** b par la fonction f se traduit mathématiquement par $f(a) = b$.
> - Dire que a a pour **antécédent** b par la fonction f se traduit mathématiquement par $f(b) = a$.
> - Les solutions de l'équation $f(x) = 3$ ("3" par exemple) sont les abscisses des points d'intersection de la droite d'équation $y = 3$ avec la courbe de f.
> - En particuliers, les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de l'axe des abscisses avec la courbe de f.
> - Bien faire la différence entre **l'équation** $f(x) = 3$ (ici les heures auxquelles il fait 3°) qui peut définir plusieurs ou aucun x et **l'égalité** $y = f(3)$ (ici c'est la température à 3 heures) qui **fixe** la valeur de y à $f(3)$ (ici $y \simeq -3°$).

5) **a)** Entre ...... heure et ...... heures il a fait moins de -2°. Sur la figure, tracer en bleu cette plage horaire et le morceau de courbe correspondant.

On dit alors que : sur l'intervalle .... on a $f(x) \leq -2$

ou encore que :

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq -2$ est ....

b) Pour résoudre l'inéquation $f(x) \leq -2$ il suffit de tracer la droite (d) d'équation .... et de relever sur l'axe des .... les intervalles pour lesquels la courbe se situe .... de la droite (d).

c) Entre ...... heure et ...... heures puis entre ...... heures et ...... heures il a fait moins de 2°. Sur la figure, tracer en vert ces plages horaires et les morceaux de courbe correspondants. On dit que : sur .... $\cup$ .... on a $f(x) \leq 2$

ou encore que :

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$ est .... $\cup$ ....

d) Pour résoudre l'inéquation $f(x) \leq 2$ il suffit de tracer la droite (d) d'équation .... et de relever sur l'axe des .... les intervalles pour lesquels la courbe se situe .... de la droite (d).

e) Entre ...... heures et ...... heures il a fait plus de 2°. Sur la figure, tracer en rouge cette plage horaire et le morceau de courbe correspondant.

On dit alors que : sur l'intervalle .... on a $f(x) \geq 2$

ou encore que :

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 2$ est ....

f) Pour résoudre l'inéquation $f(x) \geq 2$ il suffit de tracer la droite (d) d'équation .... et de relever sur l'axe des .... les intervalles pour lesquels la courbe se situe .... de la droite (d).

Conclusion 3

- Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 3$ ("3" par exemple) sont les abscisses des points de la courbe de f qui se trouvent **au-dessous** de la droite d'équation $y = 3$ (on obtient en général une union d'intervalles).
- En particuliers, les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$ sont les abscisses des points de la courbe de f qui sont **au-dessous** de l'axe des abscisses (on obtient en général une union d'intervalles).
- Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 3$ sont les abscisses des points de la courbe de f qui se trouvent **au-dessus** de la droite d'équation $y = 3$ (on obtient en général une union d'intervalles).
- En particuliers, les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ sont les abscisses des points de la courbe de f qui sont **au-dessus** de l'axe des abscisses (on obtient en général une union d'intervalles).

6) **a)** La température est croissante entre ...... heures et ...... heures.

On dit alors que la fonction f est croissante sur l'intervalle ....

Cela signifie que **si** x et x' sont dans l'intervalle .... avec $x < x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$

ou, ce qui revient au même :

si x et x' sont dans l'intervalle .... avec $x > x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$

b) La température est décroissante entre ...... heure et ...... heures puis entre ...... heures et ...... heures.

On dit alors que la fonction f est décroissante sur l'intervalle .... **et sur** l'intervalle ....

Cela signifie **deux** chose :

- **si** x et x' sont dans l'intervalle $[0\,;\,4]$ avec $x < x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$

  ou, ce qui revient au même :

  si x et x' sont dans l'intervalle $[0\,;\,4]$ avec $x > x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$
- **si** x et x' sont dans l'intervalle $[14\,;\,24]$ avec $x < x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$

  ou, ce qui revient au même :

  si x et x' sont dans l'intervalle $[14\,;\,24]$ avec $x > x'$ alors $f(x)$ ...... $f(x')$

c) On ne peut pas dire que la température est décroissante sur $]0\,;\,4[\,\cup\,]14\,;\,24[$ car sur cet union d'intervalle on peut prendre :

$x =$ ...... $< x' =$ ...... et pourtant la température à $x =$ ...... est inférieure à la température à $x' =$ ....

Tracer sur la figure la droite passant par les deux points de la courbe que vous avez judicieusement choisis ci-dessus pour vous convaincre que cette droite "monte".

Conclusion 4

- On dit qu'une fonction (ici la température) est croissante sur un *intervalle* I en général ouvert (ici les heures) SSI :

  $$\text{Pour tout } x \text{ et } x' \text{ dans } I \text{ on a : } x > x' \Rightarrow f(x) > f(x')$$

  ou encore (ce qui revient à la même chose) SSI :

  $$\text{pour tout } x \text{ et } x' \text{ dans } I \text{ on a : } x < x' \Rightarrow f(x) < f(x')$$

  Autrement dit : $\underline{f \text{ est croissante sur } I \text{ SSI } f \text{ ne change pas l'ordre sur } I}$.

- On dit qu'une fonction (ici la température) est décroissante sur un **intervalle** I en général ouvert (ici les heures) SSI :

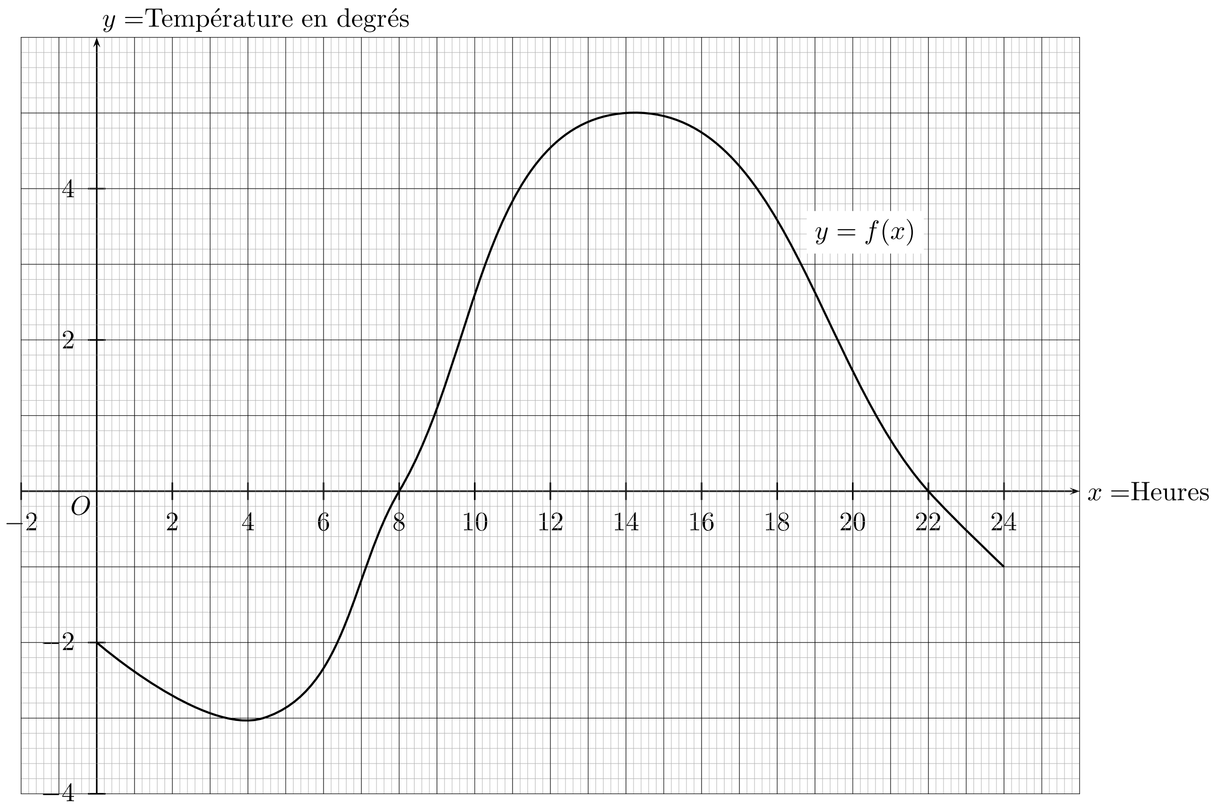
  $$\text{pour tout } x \text{ et } x' \text{ dans } I \text{ on a : } x > x' \Rightarrow f(x) < f(x')$$

  ou encore (ce qui revient à la même chose) SSI :

  $$\text{Pour tout } x \text{ et } x' \text{ dans } I \text{ on a : } x < x' \Rightarrow f(x) > f(x')$$

  Autrement dit : $\underline{f \text{ est décroissante sur } I \text{ SSI } f \text{ change l'ordre sur } I}$.

- Attention : une fonction croissante sur I et sur J n'est pas forcément croissante $I \cup J$.



y =Température en degrés
$y = f(x)$
x =Heures
O
−2
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
4
2
−2
−4

FIG. 1 –