Terminales S – Devoir en classe – Jeudi 22 mai 2014

EXERCICE 1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\vec{k}\right)$, on considère les points suivants :

$$B(2\,;\,0\,;\,0)\ ;\ D(0\,;\,2\,;\,0)\ ;\ E(0\,;\,0\,;\,2)\ ;\ F(2\,;\,0\,;\,2)\ ;\ G(2\,;\,2\,;\,2).$$

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
2. a. Justifier que les points B, G, E définissent un plan.

   b. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BGE).

   c. Déterminer une équation du plan (BGE).
3. Montrer que la droite (FD) est perpendiculaire au plan (BGE) en un point K dont les coordonnées sont $\left(\frac{4}{3}\,;\,\frac{2}{3}\,;\,\frac{4}{3}\right)$.
4. a. En calculant les longueurs BE, BG et EG, déterminer la nature du triangle BEG.

   b. Déterminer l'aire du triangle BEG.

   c. En déduire le volume du tétraèdre BEGD.
5. On considère le plan P d'équation $x + y - 2 = 0$.

   a. Justifier que B est un point de P.

   b. Démontrer que les plans P et (BEG) sont sécants.

   c. On note d la droite d'intersection des plans P et (BEG).
   Répondre aux deux questions suivantes, dans l'ordre que vous voudrez.
   - Déterminer une représentation paramétrique de d.
   - Déterminer un vecteur directeur de d.

EXERCICE 2

Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 4\sqrt{2}z^2 - 20z - 24\sqrt{2}$.

1. a. Montrer que $P(z) = \left(z - 6\sqrt{2}\right)\left(z^2 + 2\sqrt{2}z + 4\right)$.

   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

   c. On appelle z_1 et z_2 les deux solutions non réelles de l'équation $P(z) = 0$, z_1 ayant une partie imaginaire positive.
   Calculer le module de z_1.
2. a. Placer dans le plan, muni d'un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 0,5 cm, les points A d'affixe $z_A = 6\sqrt{2}$, B d'affixe $z_B = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et C d'affixe $z_C = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

   b. En utilisant les complexes, calculer OB, OC et BC.

   c. Quelle est la nature du triangle OBC ?
3. a. Quelle est la nature de l'ensemble E des points M dont l'affixe z vérifie :

   $$\left|z - 6\sqrt{2}\right| = 10.$$

   Tracer l'ensemble E.

   b. Montrer que B et C sont des points de l'ensemble E.
4. a. Soit D le point tel que OBCD soit un parallélogramme. Déterminer l'affixe de D et placer D.

   b. Le point D appartient-il à l'ensemble E ? Justifier votre réponse par un calcul.