**Terminales S – devoir en classe n° 2**
Jeudi 17 octobre 2013

## EXERCICE 1 – QCM

*Chaque question comporte quatre réponses. Une seule est exacte. On recopiera sur sa copie une phrase avec la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point.*

1. Soient $A$ et $B$ deux évènements indépendants d'un même univers vérifiant $P(A) = 0{,}3$ et $P(A \cup B) = 0{,}65$. La probabilité de l'évènement $B$ est :

   a. $P(B) = 0{,}5$ ; b. $P(B) = 0{,}35$ ; c. $P(B) = 0{,}46$ ; d. $P(B) = 0{,}7$.

2. Dans une classe, les garçons représentent le quart des élèves. Une fille sur trois a eu son permis à sa première tentative, alors que seulement un garçon sur dix en a fait de même. On interroge un élève. La probabilité qu'il ait eu son permis au premier essai est :

   a. $0{,}043$ ; b. $0{,}275$ ; c. $0{,}217$ ; d. $0{,}033$.

3. Un sac contient 4 boules noires et 3 boules rouges. On tire successivement et sans remise 2 boules du sac. Sachant que l'une au moins des boules tirées est noire, la probabilité que la seconde soit noire est :

   a. $\frac{2}{7}$ ; b. $\frac{6}{7}$ ; c. $\frac{1}{2}$ ; d. $\frac{2}{3}$.

4. Un représentant de commerce propose un produit à la vente. Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'il rencontre un client, la probabilité qu'il vende son produit est égale à $0{,}2$. Il voit cinq clients par matinée en moyenne. La probabilité qu'il ait vendu exactement deux produits par matinée est :

   a. $0{,}4$ ; b. $0{,}04$ ; c. $0{,}1024$ ; d. $0{,}2048$.

5. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. On note $A$ l'évènement : « la carte est un as », $C$ l'évènement : « la carte est un cœur » et $F$ l'évènement : « la carte est une figure ». Alors :

   a. $A$ et $C$ sont indépendants ; b. $P_F(C) = 0{,}375$ ; c. $P_C\left(\overline{F}\right) = 0{,}75$ ; d. $P_{\overline{A}}\left(\overline{C}\right) = 0{,}625$.

## EXERCICE 2

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut $a$ et le défaut $b$. Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1. Dans cette question les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes. On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée. On note $A$ l'évènement : « le sac présente le défaut $a$ » et $B$ l'évènement : « le sac présente le défaut $b$ ».
   Les probabilités des évènements $A$ et $B$ sont respectivement :

   $$P(A) = 0{,}02 \text{ et } P(B) = 0{,}01.$$

   On suppose que ces deux évènements sont indépendants.

   a. Calculer la probabilité de l'évènement $C$ : « le sac prélevé présente le défaut $a$ et le défaut $b$ ».

   b. Calculer la probabilité de l'évènement $D$ : « le sac est défectueux ».

   c. Calculer la probabilité de l'évènement $E$ : « le sac ne présente aucun défaut ».

   d. Sachant que le sac présente le défaut $a$, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut $b$ ?

2. On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03. On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs.

   On considère la variable aléatoire $X$ qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

   a. Justifier que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

   b. Quelle est la probabilité de l'évènement : « au moins un sac est défectueux » ? On arrondira cette probabilité au centième.

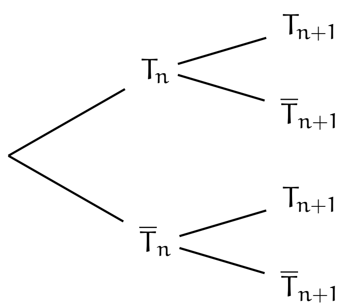
   c. On rappelle que l'espérance mathématique d'une variable aléatoire $X$ suivant une loi binomiale est : $E(X) = np$. La calculer et interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

## EXERCICE 3

Une nouvelle attraction à sensations est ouverte dans un grand parc. Pour tout entier naturel non nul $n$, nous notons $p_n = P(T_n)$ la probabilité de l'évènement $T_n$ : « un problème technique se produit le jour $n$ sur cette attraction ».
On suppose qu'aucun problème technique ne se produit lors de la mise en service correspondant au premier jour.
D'après certaines études sur les attractions existantes, il est supposé que :

- Si un problème technique se produit le jour $n$, alors la probabilité qu'un problème technique se produise le jour suivant est $\frac{3}{5}$.
- Si l'attraction n'a subi aucun problème technique le jour $n$, la probabilité qu'un problème technique survienne le jour suivant est de $\frac{2}{7}$.

1. Préciser la probabilité qu'un problème technique survienne le premier jour, notée $p_1$.
2. Justifier à l'aide d'un arbre pondéré que $p_2 = \frac{2}{7}$.
3. Calculer la probabilité que l'attraction ne subisse aucun problème technique au cours des 7 premiers jours.
4. a. Recopier et compléter l'arbre suivant :




   b. Exprimer $p_{n+1}$ en fonction de $p_n$.

5. On définit la suite $(U_n)$ par $U_n = p_n - \frac{5}{12}$ pour tout entier naturel non nul $n$.

   a. Démontrer que cette suite $(U_n)$ est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

   b. En déduire l'expression de $p_n$ en fonction de $n$.

   c. Calculer la limite quand $n$ tend vers l'infini de la probabilité $p_n$. Comment interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé ?

## Question subsidiaire (+ 2 points)

*Toute trace de recherche pertinente sera prise en compte.*

« A-t-on plus de chances d'obtenir au moins un six en lançant 4 fois un dé ou d'obtenir au moins un double six en lançant 24 fois deux dés ? »