Terminale S_4 – devoir à la maison n° 9
À rendre vendredi 16 mai 2014

EXERCICE 1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{\imath};\,\vec{\jmath};\,\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1\,;\,2\,;\,2)$, $B(3\,;\,2\,;\,1)$ et $C(1\,;\,3\,;\,3)$.

1. a. Montrer que les points A, B, C déterminent un plan.
   b. Déterminer un vecteur normal au plan (ABC)
   c. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
2. On considère les plans P_1 d'équation $x-2y+2z-1=0$ et P_2 d'équation $x-3y+2z+2=0$.
   a. Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants. On notera Δ leur droite d'intersection.
   b. Montrer que le point C appartient à la droite Δ.
   c. Montrer que le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(2\,;\,0\,;\,-1)$ est un vecteur directeur de la droite Δ.
   d. En déduire une représentation paramétrique de la droite Δ.
3. Pour déterminer la distance du point A à la droite Δ, on considère le point M de paramètre k de la droite Δ.
   a. Déterminer la valeur de k pour que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ soient orthogonaux.
   b. En déduire la distance du point A à la droite Δ.

EXERCICE 2 (sujet E page 288)

L'espace E est muni d'un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{\imath};\,\vec{\jmath};\,\vec{k}\right)$.
Dans ce repère, les points A, B et C ont pour coordonnées respectives :

$$A(3\,;\,-2\,;\,2)\,;\,B(6\,;\,1\,;\,5)\,;\,C(6\,;\,-2\,;\,-1).$$

Partie A

1. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.
2. Soit $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne $x+y+z-3=0$.
   Montrer que $\mathscr{P}$ est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A.
3. Soit $\mathscr{P}'$ le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A.
   Déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{P}'$.

Partie B

1. Soit D le point de coordonnées $(0\,;\,4\,;\,-1)$.
   Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
2. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
3. Montrer que l'angle géométrique $\widehat{BDC}$ a pour mesure $\dfrac{\pi}{4}$ radians.
4. a. Calculer l'aire du triangle BCD.
   b. Soit H le point d'intersection du plan (BCD) avec sa perpendiculaire passant par A.
   Déduire de ce qui précède la longueur AH.
5. Réaliser une figure complète.
   On pourra utiliser un logiciel de géométrie de l'espace comme Geoplan-Geospace disponible ici :
   `http://www.aid-creem.org/telechargement.html`.