PLANCHE 4 : probabilités

Exercice 1 :
Tous les résultats seront arrondis au millième le plus proche.
Une entreprise en matériel informatique fabrique des disquettes 3,5 pouces, dont 4% sont défectueuses. À l'issue de cette fabrication les disquettes sont contrôlées et triées en trois lots :

- disquettes marquées, qui portent la marque de l'entreprise ;
- disquettes démarquées ;
- disquettes à détruire.

L'unité de contrôle rejette 3% des bonnes disquettes et 95% des disquettes défectueuses.

1. Démontrer que la probabilité pour qu'une disquette soit acceptée est égale à 0,933.
2. Le contrôle s'effectue par cinq tests indépendants successifs. Une disquette reçoit la marque de l'entreprise si elle subit avec succés 5 tests successifs, détruite si elle est refusée aux moins deux fois et démarquée sinon.

   a. Quelle est la probabilité pour qu'une disquette reçoive la marque de l'entreprise ?

   b. Quelle est la probabilité pour qu'une disquette soit démarquée ?

   c. Quelle est la probabilité pour qu'une disquette soit détruite ?

Exercice 2 :
Soit T une période de temps que l'on subdivise en n intervalles d'égale amplitude dt, on a donc $T = n.dt$.

- Si à l'intérieur de chacun de ces intervalle, la probabilité qu'un événement A se produise est constante et égale à p,
- Si, de plus, on admet que l'événement A ne peut se produire qu'au plus une fois à l'intérieur de chaque intervalle,

on dit alors que la réalisation de A est un processus poissonien.

L'opératrice d'un standard téléphonique reçoit, en moyenne, 2 appels par minute. Les appels sont répartis au hasard dans le temps.

1. Expliquer pourquoi le fait de recevoir un appel téléphonique peut être considéré comme un processus poissonien. Préciser le paramètre de cette loi de Poisson.
2. Quelle est la loi de probabilité régissant le nombre d'appels reçus en 4 minutes ?
   Calculer la probabilité pour que ce nombre d'appels dépasse 10.

Exercice 3 :
Dans un service public, on s'intéresse à l'événement : "une personne se présente au guichet au cours d'une minute, c'est à dire entre la minute t et la minute $t+1$, t étant entier". On a observé que la probabilité de cet événement est 0,1.
On admet que la probabilité que deux personnes se présentent au guichet au cours d'une même minute est négligeable et que l'arrivée des personnes est indépendantes de la minute considérée.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à une heure choisie au hasard, associe le nombre de personnes qui peuvent se présenter au guichet durant cette heure.

1. Quelle est la loi de probabilité de X ? Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.
2. Justifier que l'on peut approcher la loi précédente par une loi de Poisson. Quel est son paramètre ? Déterminer à 10^{-3} près, $P(X = 3)$, puis $P(X \leqslant 6)$.