

# Comment trouver les solutions exactes d'un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues avec une calculatrice ?

## I Préparons le programme

Le but de notre activité est de construire un programme qui résoudra de manière exacte un système de la forme :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

les  $a_i$  et les  $b_i$  étant des entiers relatifs donnés.


1. À quelle condition ce système admettra-t-il un unique couple solution ?
2. Nous supposons par la suite que cette condition est vérifiée. Résolvez ce système, c'est-à-dire exprimez les *variables*  $x$  et  $y$  en fonction des paramètres  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2$  et  $c_2$ .
3. Peut-on utiliser ces formules si la condition de la question 1 n'est pas vérifiée ?

## II Programmons la calculatrice

Nous voulons résoudre les systèmes du type

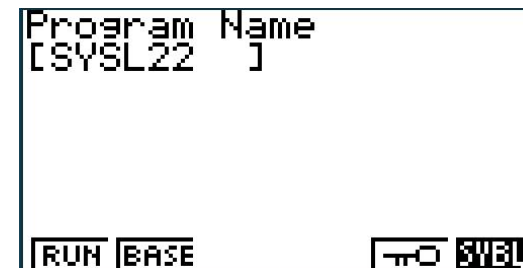
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

### a. Avec une CASIO

On ouvre une fenêtre de programme en sélectionnant .  
On obtient :



On choisit un nom, par exemple SYSL22



Ensuite il va falloir prévoir l'entrée par l'utilisateur des coefficients  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ . Pour  $a_1$  cela donne :

```

=====SYSL22 =====
"A1":?→A1

[ TOP ] [ BTM ] [ SRC ] [ MENU ] [ A↔S ] [ CHAR ]

```

Pour les lettres, les chiffres et les guillemets on utilise le clavier après avoir tapé **[ALPHA]**. Pour la flèche, c'est la touche **[→]**. Pour ?, on va chercher dans le menu des programmes en tapant **[SHIFT] [VARS]**. Le symbole **↵** s'obtient en tapant **[EXE]**.

On arrive donc à cet écran :

```

=====SYSL22 =====
"A1"?→A↵
"B1"?→B↵
"C1"?→C↵
"A2"?→D↵
"B2"?→E↵
"C2"?→F↵
[ COM ] [ CTL ] [ JUMP ] [ ? ] [ ▲ ] [ ▶ ]

```

Ensuite il faut créer les variables locales qui seront calculées à l'intérieur du programme et n'en sortiront pas. Il s'agit des déterminants. Pour nommer les variables, on ne peut utiliser que les 26 lettres de l'alphabet :

```

=====SYSL22 =====
"A2"?→D↵
"B2"?→E↵
"C2"?→F↵
A×E-D×B→G↵
C×E-F×B→H↵
F×A-C×D→I↵
[ COM ] [ CTL ] [ JUMP ] [ ? ] [ ▲ ] [ ▶ ]

```

Il ne reste plus qu'à demander les résultats. Il faudra distinguer le cas où le déterminant du système est nul ou pas.

On va utiliser les commandes « If...Then...Else...IfEnd » accessibles dans le menu PGRM en tapant **[SHIFT] [VARS]** puis en allant dans l'onglet COM.

Les deux points permettent d'afficher en même temps le texte entre guillemets et le résultat calculé H/G. Ils sont accessibles dans le menu PGRM.

Le petit triangle **▲** est obtenu dans le même menu. Il demande de faire une pause dans le programme pour que l'utilisateur ait le temps de lire la valeur.

Les symboles **=** et **≠** s'obtiennent dans le même menu dans l'onglet REL.

```

=====SYSL22 =====
If G=0↵
Then "PAS DE SOL UNIQ
UE"↵
Else "X=":H,G↵
"Y=":I,G↵
IfEnd↵
[ COM ] [ CTL ] [ JUMP ] [ ? ] [ ▲ ] [ ▶ ]

```

On sort alors de l'affichage du programme en tapant plusieurs fois **[EXIT]**.

```

Program List
SYSL22 : 156

[EXE] [EDIT] [NEW] [DEL] [CLR] [D]

```

Il reste à l'exécuter en tapant sur [EXE].

Pour résoudre :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

on entre les différentes valeurs des coefficients :

```

1
A2?
2
B2?
-1
C2?
3

```

et on obtient les solutions sous forme exacte :

```

C2
?
3
X=
4.3
Y=
-1.3

```

#### b. Avec une TI

On ouvre une fenêtre de programmation en tapant [PRGM] et on tape le nom du programme :

```

PROGRAM
Name=SYSL22

```

Ensuite il va falloir prévoir l'entrée par l'utilisateur des coefficients  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$ . On a besoin de la commande Prompt qui s'obtient dans le menu [PRGM] dans l'onglet I/O :

```

CTL I/O EXEC
1:Input
2:Prompt
3:Disp
4:DispGraph
5:DispTable
6:Output(
7:getKey

```

Cela donne :

```
PROGRAM: SYSL22
: Prompt A,B,C,D,
: E,F
```

Ensuite il faut créer les variables locales qui seront calculées à l'intérieur du programme et n'en sortiront pas. Il s'agit des déterminants. Pour nommer les variables, on ne peut utiliser que les 26 lettres de l'alphabet :

```
PROGRAM: SYSL22
: Prompt A,B,C,D,
: E,F
: A*E-B*D→G
: C*E-F*B→H
: F*A-C*D→I
```

La petite flèche d'affectation s'obtient avec **[STO▶]**.

Il ne reste plus qu'à demander les résultats. Il faudra distinguer le cas où le déterminant du système est nul ou pas.

On va utiliser les commandes « If...Then...Else...End » accessibles dans le menu PGRM en tapant **[PRGM]**.

Le symbole = s'obtient en tapant **[2nd][TEST]** :

```
PROGRAM: SYSL22
: If G=0
: Then
: Disp "DET NUL"
: Else
: Disp H/G▶Frac,I
: /G▶Frac
: End
```

Il reste à l'exécuter.

Pour résoudre :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

on entre les différentes valeurs des coefficients :

```
PrgrmSYSL22
A=?
```

et on obtient :

```
C=?1
D=?2
E=?-1
F=?3

4/3
-1/3
Done
```