

1^{ère}ES1 - DS n°3 de mathématiques - Samedi 17 janvier 2009 - 2 heures

Exercice 1

$(u_n)_{n \leq 0}$ est une suite arithmétique de raison $r = 2$ telle que $u_4 = 30$.

1. Calculer u_0 .
2. Calculer u_9 .
3. Calculer la somme S_{10} des 10 premiers termes de la suite $(u_n)_{n \leq 0}$.

Exercice 2

Soit la suite $(V_n)_{n \geq 1}$ géométrique de raison 3 et de premier terme 5.

1. Calculer V_2 et V_3 .
2. Déterminer le terme général de la suite (V_n) .
3. Calculer V_{10} .
4. Calculer la somme $S = V_1 + V_2 + \dots + V_9 + V_{10}$.

Exercice 3

On considère les suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1, n \in \mathbb{N} \end{cases} ; \quad v : \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{v_n + 1}, n \in \mathbb{N} \end{cases} ; \quad w : \begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = -w_n^2 + 2w_n - 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Calculer les cinq premiers termes de chaque suite.

Exercice 4

La suite géométrique (u_n) est définie par les termes $u_3 = 2,4$ et $u_{10} = 307,2$. Déterminer la raison q , le premier terme u_0 et l'expression de u_n en fonction de n .

Exercice 5

On donne pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2 + 3n}{4} - 1$. Étudier les variations de la suite (u_n) .

**Exercice 6**

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 \text{ donné.} \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases} .$$

1. Que peut-on dire de (u_n) si $u_0 = 3$?
2. Dans la suite de l'exercice, on choisit $u_0 = 2$.
 - a) Calculer u_1 et u_2 .
 - b) (u_n) est elle une suite arithmétique ? géométrique ?
3. On considère la suite (z_n) définie pour tout n entier naturel par : $z_n = u_n - 3$
 - a) Calculer z_0 , z_1 et z_2 .
 - b) Montrer que la suite (z_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$.
 - c) Exprimer z_n en fonction de n . En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
4. Calculer u_{24} .

**Exercice 7**

Bernard Crazyon dispose de 50 000 000 € qu'il place à intérêts composés^a au taux annuel de 6%. On note K_0 le capital de départ et K_n la somme dont disposera Bernard au bout de n années de placement.

1. Calculer K_1 et K_2 .
2. Exprimer K_{n+1} en fonction de K_n .
3. Quelle est la nature de la suite (K_n) ?
4. En déduire l'expression de K_n en fonction de n .
5. De quelle somme disposera-t-il s'il laisse son argent placé pendant 10 ans sans krach financier ?

^a Les intérêts sont dits « composés » lorsqu'à la fin de chaque année les intérêts produits sont ajoutés au capital. Ils produisent alors aux-mêmes des intérêts au cours des années suivantes.