

Devoir surveillé de mathématiques n°2 - 2^e4 - Samedi 14 novembre 2009 - 2 heures



Exercice 1

- Développez $A = 5x(x - 1)(7x - 2)$.
- Factorisez
 - $B = 5x^3 + 3x^2 - 7x$
 - $C = 9x^2 - 6x + 1$
 - $D = (3x + 2)^2 - 16x^2$
- Traduisez en langage usuel :
 - $(2x + 5)^2 = 7$
 - $3x^2 = \frac{1}{x}$
- Résoudre les problèmes suivants après les avoir mis en équation :
 - « En ajoutant 5 au double du nombre x j'obtiens la moitié de x ». Déterminez x .
 - Déterminez les nombres dont l'inverse est égal à leur double.



Exercice 2

Soit f la fonction définie pour tout t de l'intervalle $[-7; 5]$ par

$$f(t) = 1 - 3t^2$$

- Déterminez les valeurs exactes sous la forme la plus simple possible des images des nombres suivants :

$$-12; \frac{3}{\sqrt{2}}; \sqrt{7}; \sqrt{(-7)^2}; 7 \times 10^{-15}$$
- Factorisez $f(t)$.
- Déterminez les éventuels antécédents de 7, -7, 0 et 1.
- Résolvez sur $[-7; 5]$ l'équation $f(z) = 0$.
- Résolvez sur $[-7; 5]$ l'inéquation $f(T) > 1$.



Exercice 3

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-10; 9]$ et vérifiant les conditions suivantes :

- $f(0) = 1$;
- l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-10; 9]$: $-3, \frac{3}{2}$ et 5.
- son tableau de variations est le suivant :

| | | | | |
|-------------------|-----|-----|------|-----|
| x | -10 | -2 | 3 | 9 |
| Variations de f | | ↗ 5 | ↘ -4 | ↗ 3 |

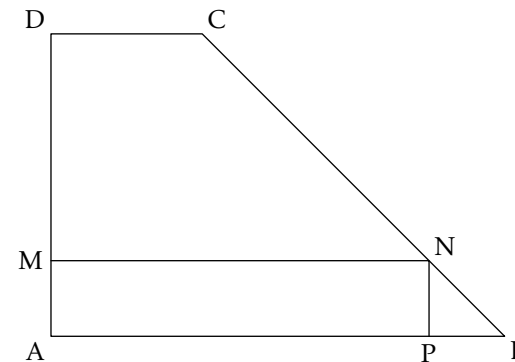
Tracez une courbe représentant la fonction f compatible avec toutes les conditions précédentes.



Exercice 4

ABCD est un trapèze rectangle tel que $AB = 6$ $CD = 2$ $AD = 4$.

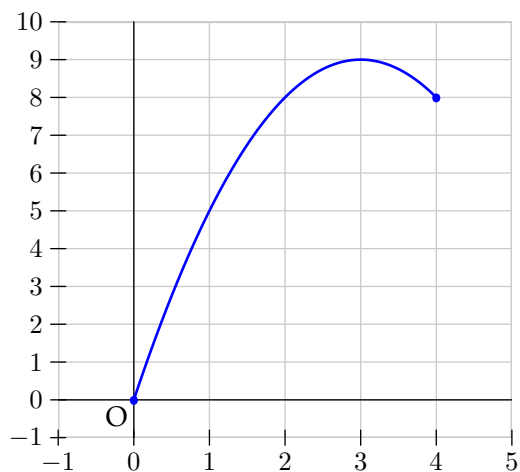
M est un point de [AD]. On pose $AM = x$. On construit le rectangle AMNP inscrit dans ABCD comme sur la figure :



- Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). Que vaut HB ? Calculez HC. Démon-

trez que le triangle BCH est isocèle rectangle. Déduisez-en que le triangle BPN est isocèle rectangle puis que $AM = BP$. On notera x la distance BP.

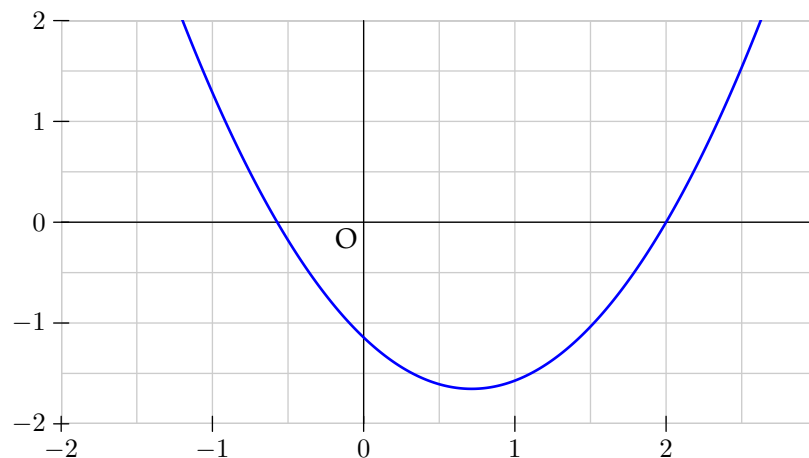
2. À quel intervalle I appartient x ?
3. Démontrez que l'aire du rectangle AMNP vaut $6x - x^2$.
On **admettra** que l'aire de CMB est $12 - 2x$.
4. On donne ci-dessous la courbe d'équation $y = 6x - x^2$ pour x décrivant l'intervalle I :



- a) Tracez sur le repère précédent la représentation graphique de la fonction $x \mapsto 12 - 2x$ pour x élément de I.
- b) Lisez sur le graphique les coordonnées du point K, intersection des deux courbes. Quels renseignements les coordonnées de ce point donnent-elles à propos des aires de AMNP et de CMB ?
5. On se propose de déterminer par le calcul la valeur de x pour laquelle les aires de AMNP et de CMB sont égales.
 - a) Développez $(x - 4)^2 - 4$.
 - b) Écrivez l'équation permettant de calculer x pour que les deux aires soient égales.
 - c) À l'aide de la réponse obtenue au a), résolvez cette équation et concluez.

Exercice 5

Voici la représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^2 - \frac{10}{7}x - \frac{8}{7}$:



1. Déterminez graphiquement les solutions x_1 et x_2 de l'équation $f(x) = 0$.
2. Calculez $f(x_1)$ et $f(x_2)$ à l'aide des résultats lus sur le graphique dans la question précédente. Qu'en pensez-vous ?
3. Déterminez un nombre a tel que $x^2 - \frac{10}{7}x - \frac{8}{7} = (x - 2)(x + a)$.
4. Déterminez alors les valeurs *exactes* des solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 6

Soit f définie par $f : x \mapsto 3x + 2$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un certain repère.

En utilisant des termes parmi *une équation, une fonction, un nombre, un ensemble de nombre, un ensemble de points, un film de gladiateur, une prison turque, un lombric, une inconnue, un super-héros, une nullité*, complétez les phrases suivantes :

- f est
- $f(x)$ est
- $f(x) = 3$ est
- Dans $f(x) = 3$, x est
- Un antécédent de 3 par f est
- \mathcal{C} est
- L'image de 5 par f est
- Les solutions de $f(x) > 0$ forment
- Ma voisine est
- J'aime regarder
- Mon prof de maths est