

1^{ère} ES1 - D.S. de mathématiques - Samedi 6 juin 2009 - 2 heures



Exercice 1

Résolvez les équations suivantes :

1. $\frac{3}{x} = \frac{5}{2}$

3. $\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{2}{7}$

5. $2x = \frac{3x-5}{x-2}$

2. $2x = \frac{3}{5}$

4. $\frac{3}{x} = \frac{x-1}{x+1}$

6. $\frac{4}{x-1} - \frac{3x^2+1}{x(x-1)} = -\frac{1}{x}$

Vous essaieriez par exemple de réécrire les trois dernières équations sous la forme d'équations du second degré.



Exercice 2

Résolvez chacune des inéquations suivantes :

1. $-17x^2 + x - 5 > 0$

3. $5x^2 - 15x - 140 \leq 0$

2. $9x^2 + 30x + 25 > 0$

4. $-2x^2 + \frac{11}{2}x + \frac{3}{2} < 0$

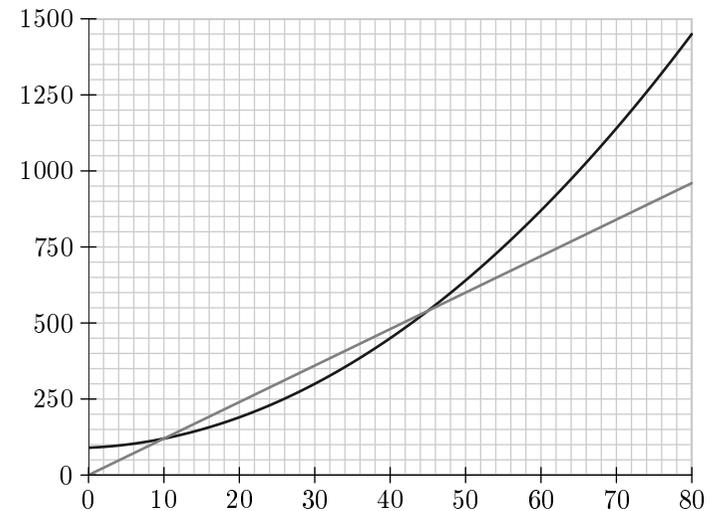


Exercice 3

Une entreprise syldave produit des matraques à condensation nucléaire hyperstatique pour le ministère de la culture de Syldavie.

On a représenté ci-dessous la fonction coût total C et la fonction recette totale R.

On sait que $C(q) = 0,2q^2 + q + 90$ et $R(q) = 12q$ avec q la quantité de matraques fabriquées par jour exprimée en milliers, les recettes et les coûts étant exprimés en Mzłrtčzłřtd.



1. Exprimez B(q), le bénéfice correspondant en Mzłrtčzłřtd.
2. Déterminez par le calcul le nombre de matraques qu'il faut fabriquer pour que l'entreprise soit rentable.
3. Étudiez le sens de variation de B et dressez son tableau de variation.
4. Déterminez quelle production permet d'obtenir un bénéfice maximum.



Exercice 4

Déterminez l'expression de la fonction dérivée de chacune des fonctions définies ci-dessous :

$$1. f(x) = \frac{x^2 - 2x + 7}{4}$$

$$2. g(t) = t(3 - t)$$

$$3. h(q) = \frac{2q + 1}{q^2 + 2}$$

$$4. k(n) = \frac{2}{n^2 + n + 1}$$



Exercice 5

Les fonctions f et g sont respectivement définies sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x} - 2$ et $g(x) = \frac{x^5 + 3x + 1}{x}$

1. Donnez des équations des tangentes (T) et (T') aux courbes C_f et C_g en leurs points d'abscisse 1.
2. Les courbes C_f et C_g admettent-elles des tangentes horizontales?



Exercice 6

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0, 4]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) est la courbe C ci-contre.

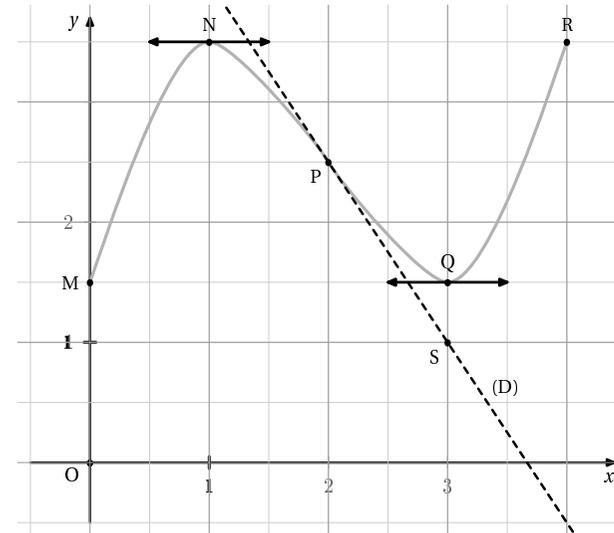
Les points M, N, P, Q et R appartiennent à C . Les coordonnées de M sont $(0, 3/2)$, celles de N $(1, 7/2)$, celles de P $(2, 2/5)$ celles de Q $(3, 3/2)$ et celles de R $(4, 7/2)$.

La courbe C admet en chacun des points N et Q une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La droite (D) est tangente à la courbe C au point P ; elle passe par le point S de coordonnées $(3, 1)$.

1. Donnez par lecture graphique $f'(1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.
2. Déterminez une équation de la droite (D) .
3. Déterminez à l'aide du graphique le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ sur l'intervalle $[0, 4]$.
4. Pour tout $x \in [0; 4]$, on admet que $f'(x) = a(x - 1)(x - 3)$, a étant une constante réelle.

Déterminer a à l'aide des résultats de la question 1.



Exercice 7

Début 2007, Klow, la capitale syldave, comptait 12000 habitants. En Janvier 2008, on s'aperçoit que Klow a perdu un certain pourcentage (noté t) de sa population qui a fuit vers la Bordurie voisine. Mais l'année suivante, les émigrants se sont aperçu que la vie étaient pire en Bordurie et reviennent en fraude avec quelques Bordures et Klow voit ainsi sa population croître de nouveau : en Janvier 2009, elle a gagné $(2t)\%$ en population par rapport à Janvier 2008. Elle compte ainsi, en Janvier 2009, 12285 habitants

1. Déterminer (en fonction de t) le coefficient multiplicateur correspondant à une diminution de population de $t\%$ suivie d'une augmentation de $(2t)\%$.
2. Expliquer avec soin pourquoi t est solution de l'équation $-2.4t^2 + 120t - 285 = 0$ (si vous trouvez une autre équation dont t est solution, vous pouvez bien entendu la donner ici, en justifiant avec soin)
3. Calculer le pourcentage t sachant que la population de la ville n'est jamais descendue en-dessous des 10000 personnes.
4. Question subsidiaire pour départager les es-æquos : un syldave mesure 1m88, fume 1 paquet de Zrälùkz par jour : calculer le pourcentage de mots d'origine bordure dans la phrase « Czesztot wrzyskar nietz on waghobontz! Czesztot bätczer yhzer kzömmetz noh dascz gendarmaskaïa »