

TD d'informatique - BTS domotique

I Base 2

Une méthode pour obtenir l'écriture en base 2 d'un nombre est d'effectuer des divisions successives. Par exemple pour 11 :

$$\begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \hline 1 & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \hline 1 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 11 &= (2 \times 5 + 1) \\ &= (2 \times (2 \times 2 + 1) + 1) \\ &= (2 \times (2 \times (2 \times 1) + 1) + 1) \\ &= (2 \times (2^2 + 1) + 1) \\ &= 2^3 + 2 + 1 \\ &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \end{aligned}$$

L'écriture de 11 en base 2 est donc 1011 : c'est la liste des restes obtenus mais dans l'ordre inverse. En XCAS, le reste de la division de n par 2 est donné par $\text{irem}(n,2)$ et le quotient par $\text{iquo}(n,2)$. Que fait le programme suivant :

```
Binaire(n):={
  if (n<2){return n}
  else{
    return(Binaire(iquo(n,2)),irem(n,2));
  }
};;
```

Essayez d'écrire ce programme sans récursion avec une boucle while et des affectations.

II Probabilités

a. Pile ou face

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie. On compte combien de fois pile (ou face) tombe. Avec XCAS :

```
piece(n):={
  T:=NULL;
  for(k:=1;k<=n;k++){
    X:=0;
    if(rand(2)==1){X:=X+1}
  }
};;
```

```
if(rand(2)==1){X:=X+1}
if(rand(2)==1){X:=X+1}
T:=T,X;
}
return(evalf([count_eq(0,[T])/n,count_eq(1,[T])/n,count_eq(2,[T])/n,count_eq(3,[T])/n])
)};;
```

Sachant que :

- `rand(k)` renvoie un entier aléatoirement compris entre 0 et $k - 1$;
- `count_eq(entier,liste)` compte le nombre de fois ou entier apparaît dans `liste`

Expliquez les résultats obtenus à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Les boules

On dispose de trois urnes, la première contenant 7 boules blanches et 4 noires, la deuxième 5 blanches et 2 noires, la troisième 6 blanches et 3 noires.

On tire une boule dans chaque urne et on note le nombre de boules blanches obtenues.

Utilisez XCAS pour avoir une approximation de la loi de probabilité de la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de boules blanches obtenues.

c. Problème du Duc de Toscane

Cosme II de Médicis (Florence 1590-1621), Duc de Toscane, fut le protecteur de l'illustre Galilée (né à Pise le 15 février 1564 et mort à Florence le 8 janvier 1642) son ancien précepteur. Profitant d'un moment de répit du savant entre l'écriture d'un théorème sur la chute des corps et la création de la lunette astronomique, le Grand Duc lui soumet le problème suivant : il a observé qu'en lançant trois dés cubiques et en faisant la somme des numéros des faces, on obtient plus souvent 10 que 9, alors qu'il y a autant de façons d'obtenir 9 que 10, à savoir six.

Après quelques réflexions, Galilée rédigea un petit mémoire sur les jeux de hasard en 1620 expliquant le phénomène.

Comme vous avez un ordinateur sous la main, utilisez-le pour simuler de nombreuses parties et retrouver le résultat pressenti par Cosme. Prouvez-le ensuite...