

**Exercice 1**

Soit le système :

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 7 \\ x + 3y + 4z = 1 \\ 3x - 4z = 5 \end{cases}$$

Résoudre ce système en utilisant la calculatrice.

**Exercice 2**

Résoudre le système suivant à l'aide de la calculatrice :

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = -8 \\ 2x - z = 7 \\ 3x - y + z = 6 \end{cases}$$

NB : on prendra soin de bien détailler les étapes des calculs.

**Exercice 3**

On donne les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer à la main le produit  $A \times A$ .
- 2) L'un des deux produits de matrices  $A \times B$  et  $B \times A$  est possible. Expliquer pourquoi et le calculer à la main.

NB : on pourra vérifier les résultats à l'aide de la calculatrice.

**Exercice 4**

On donne les matrices :

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \quad (a \text{ étant un nombre réel}).$$

- 1)
  - a) Calculer à l'aide de la calculatrice les matrices  $M^2$ ,  $M^3$ ,  $M^4$  et  $M^5$ .
  - b) En déduire la formule de  $M^n$ .
- 2) Donner l'expression générale de  $P^n$ .

**Exercice 5**

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 5y - 4z = -39 \\ x - y + 7z = 54 \\ 3x + y - 2z = -11 \end{cases}$$

- 1) A l'aide de la calculatrice, résoudre ce système.
- 2) A la main, résoudre ce système.

**Exercice 6**

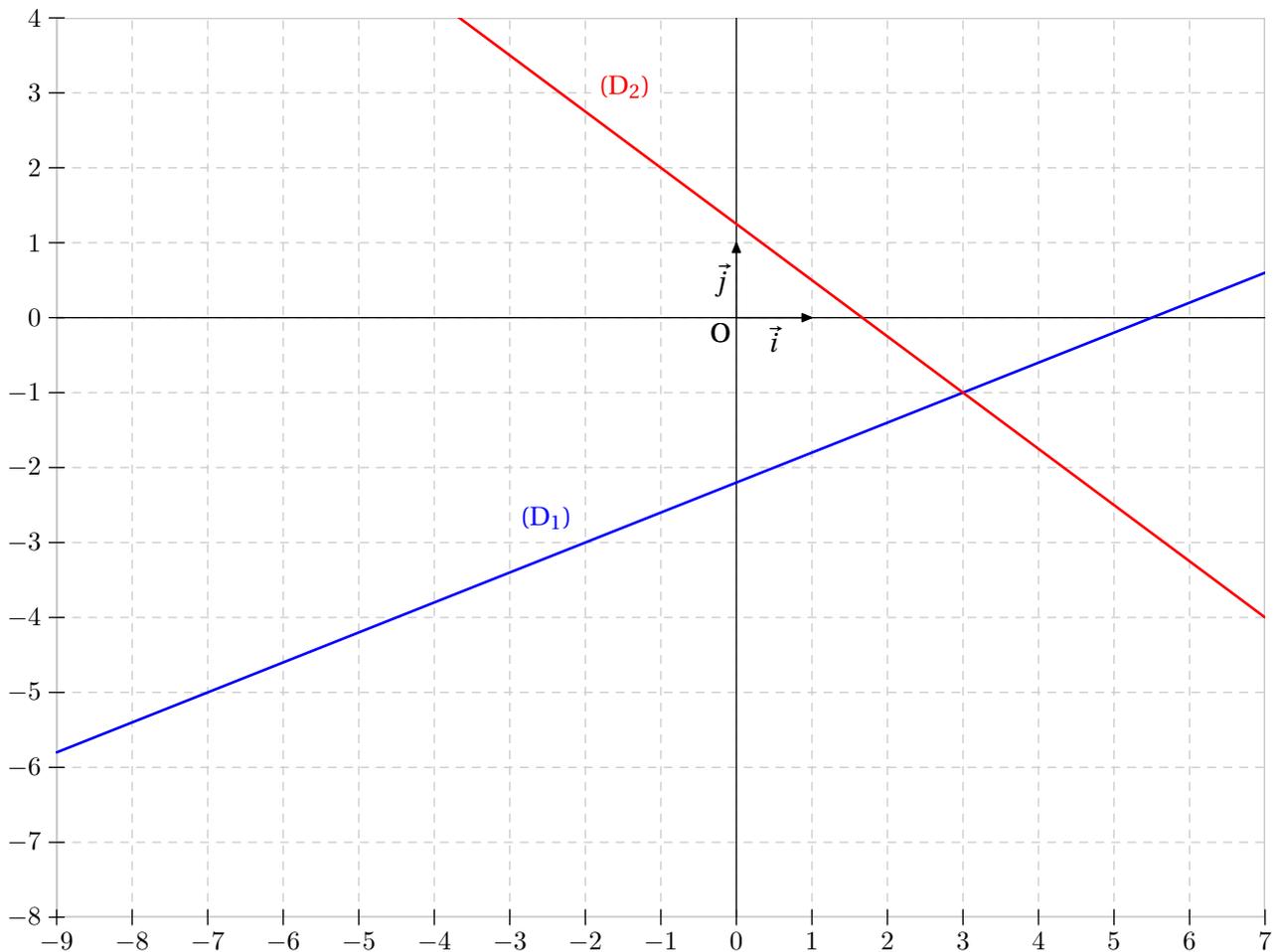
Soit le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - 5y = 11 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

- 1) A l'aide de la calculatrice, résoudre ce système.
- 2) A la main, résoudre ce système.
- 3) Résoudre graphiquement ce système à l'aide de deux droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  dont on précisera leurs constructions.

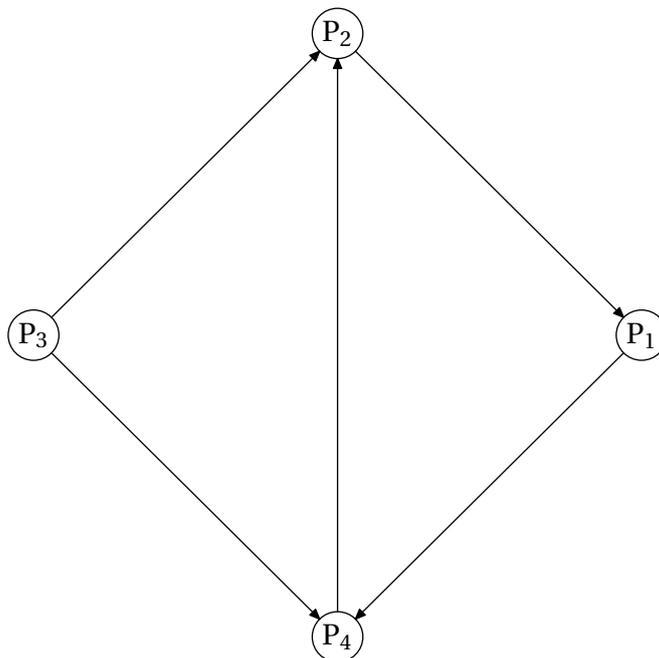
On donnera notamment pour chacune d'entre elles :

- trois points de passage,
- son coefficient directeur, calculé puis matérialisé sur le dessin,
- son ordonnée à l'origine, calculée puis matérialisée sur le dessin,
- son équation réduite sous la forme  $y = ax + b$ .

**Illustration**

**Exercice 7**

Quatre points d'une ville  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  sont reliés par des chemins à sens unique. On peut schématiser cette situation par le « graphe orienté » ci-dessous.



On peut représenter ce graphe orienté par la matrice carrée d'ordre 4, notée  $M$ , de la manière suivante : le coefficient de la  $i^{\text{e}}$  ligne et de la  $j^{\text{e}}$  colonne est égal à 1 s'il existe une flèche allant de  $P_i$  vers  $P_j$  et à 0 s'il n'en existe pas.

1) Déterminer les coefficients de la matrice  $M$ .

On se propose de déterminer le nombre de chemins de longueur 2 allant d'un point  $P_i$  vers un point  $P_j$ .

2) Première méthode :

a) Représenter tous les parcours comprenant deux chemins exactement démarrant de chaque point  $P_i$  et aboutissant à un point  $P_j$  à l'aide d'arbres.

b) Compléter le tableau ci-contre décrivant le nombre de parcours comprenant deux chemins exactement d'un point  $P_i$  vers un point  $P_j$  de cette ville.

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$P_1$		2	0	
$P_2$				
$P_3$	1			
$P_4$				

3) Deuxième méthode :

a) Calculer les coefficients de la matrice  $M \times M$ .

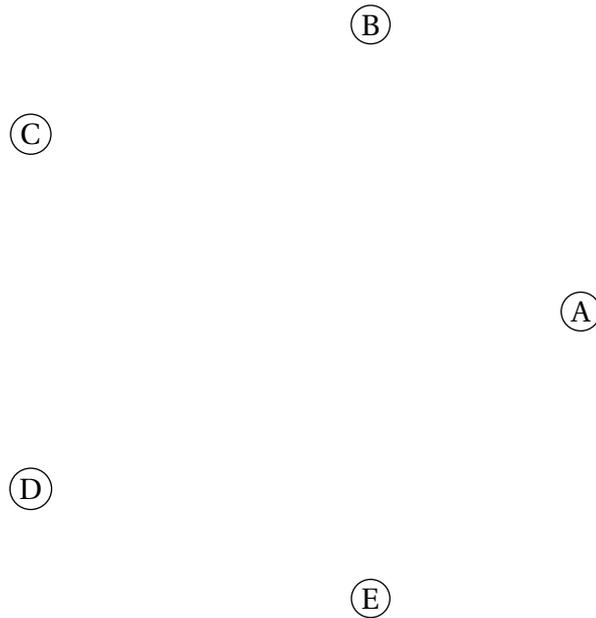
b) Que remarquez-vous ?

**Exercice 8**

On considère la matrice carrée d'ordre 5 suivante :  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

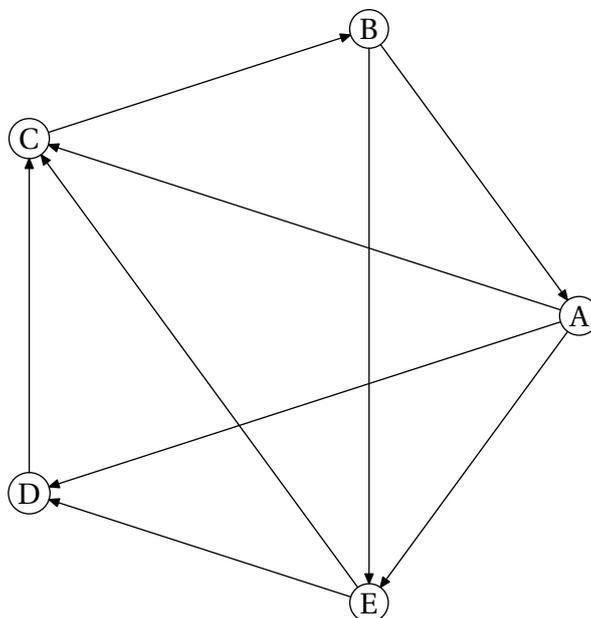
Elle représente un graphe orienté décrivant tous les chemins reliant l'une vers l'autre cinq villes  $A, B, C, D$  et  $E$  (dans cet ordre).

1) Tracer ce graphe sur le schéma ci-dessous :



2) A l'aide d'une calculatrice, calculer la matrice  $M^3$ .

3) En déduire tous les couples  $(V ; V')$  de villes de l'ensemble des cinq villes  $A, B, C, D$  et  $E$  tels qu'il existe exactement un parcours comprenant exactement trois chemins allant de la ville  $V$  vers la ville  $V'$ .

**Illustration**

Exercice 9

Exercice 10

Exercice 11

Exercice 12

Exercice 13

Exercice 14

Exercice 15

Exercice 16

Exercice 17

**Exercice 18**

Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

**Exercice 31**

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50